

MatemáTICas

¿Para seguir haciendo lo mismo?

José Luis Álvarez

Portugalete, 23 de febrero de 2016

Una breve encuesta - 1

1. ¿Utilizas el cañón en tus clases de Matemáticas?

- a) Nunca
- b) Pocas veces
- c) Bastantes veces
- d) Siempre



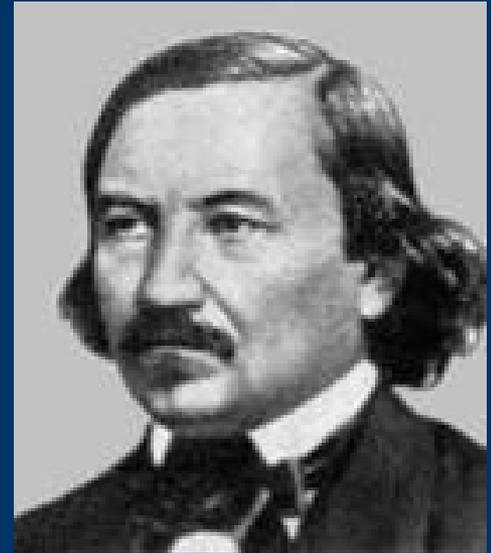
Una breve encuesta - 2

2. ¿Utilizan los alumnos y alumnas el ordenador en tus clases de Matemáticas?
- a) Nunca
 - b) Pocas veces
 - c) Bastantes veces
 - d) Siempre



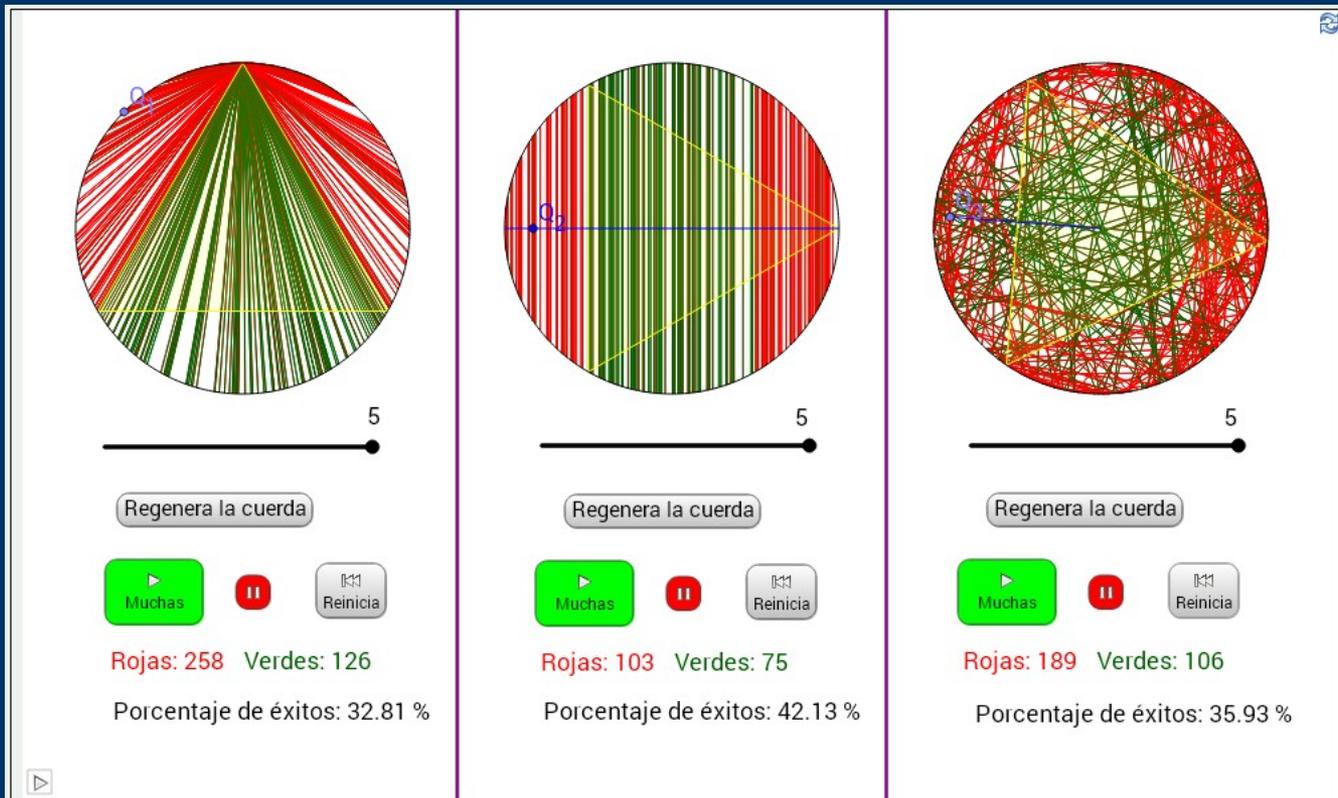
“Hacer” matemáticas

A finales del siglo XIX el matemático francés **Joseph Louis François Bertrand** planteó el siguiente problema de probabilidad geométrica:



Consideremos una circunferencia y tomemos una cuerda al azar. ¿Cuál es la probabilidad de que esta cuerda sea más larga que el lado del triángulo equilátero inscrito en la circunferencia?

Paradoja de Bertrand



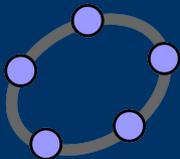


¿Por qué utilizar las TIC?

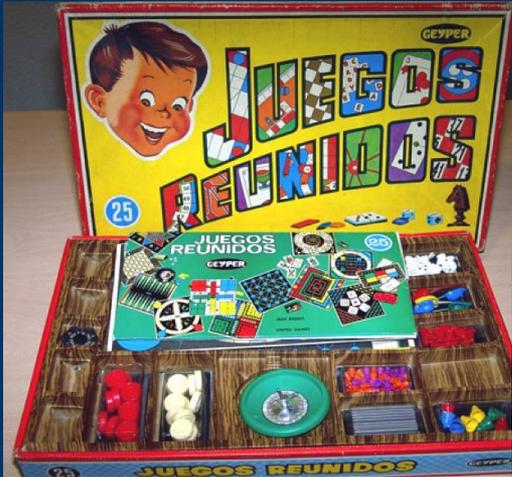


Hemos de abordar un problema

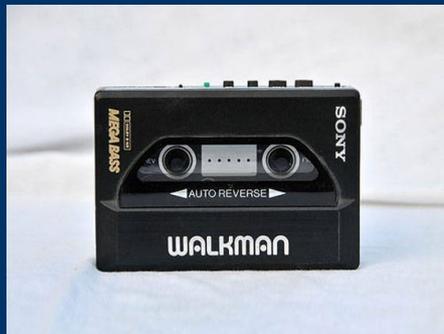
- sociológico,
- pedagógico,
- matemático.



¿Estamos educando a los jóvenes para vivir en un mundo que ya no existe?



Gadgets de los 70



¿Qué le pediría usted a un magnetófono a cassette portátil..?

Fidelidad de grabación

Sencillez de manejo

PHILIPS le ofrece además:

NUEVA GAMA DE CASSETTES **Scotch** DE CAMPO DE GRABACION AMPLIADO

Scotch LA CINTA QUE USA EL PROFESIONAL

...y la única gama completa en España

Jóvenes ante las pantallas

Generación interactiva



Educación: nueva realidad

0.0



1.0



2.1

Nuevas formas de acceso a la información y construcción del conocimiento

Nature by numbers



Wikipedia, tiene 30,5 millones de artículos colaborativos traducidos en más de 200 idiomas.

Existen unos 133 millones de blogs en la web.

Las TIC para enseñar matemáticas...



Suponen una gran oportunidad para mejorar...
Entonces, ¿por qué todavía no son aprovechadas por la mayoría del profesorado?

- **Dificultades logísticas.**
- **Inseguridad en el profesorado.**
- **Falta de materiales adecuados para su aprovechamiento inmediato.**

TIC en el aula ¿para enseñar lo mismo?



Tecnología
o
pedagogía

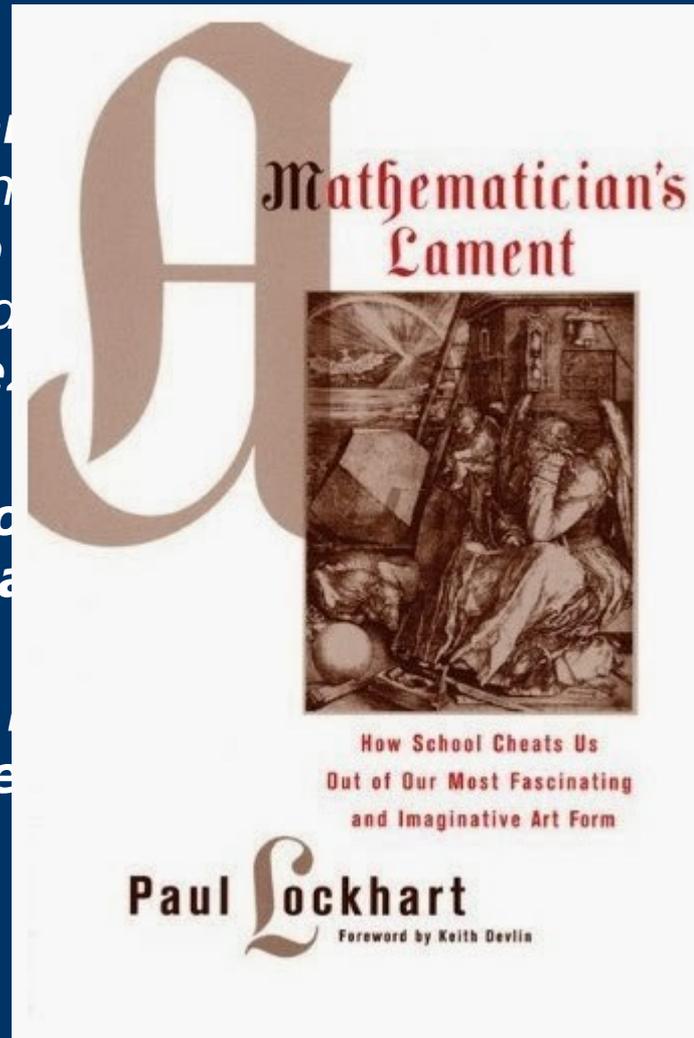


Hacer matemáticas

Hacer matemáticas
descubrimiento
en un estado
estar frustrado
por una belleza

Elimina esto
todas las clases
importará.

Operad todo
ya está muerto



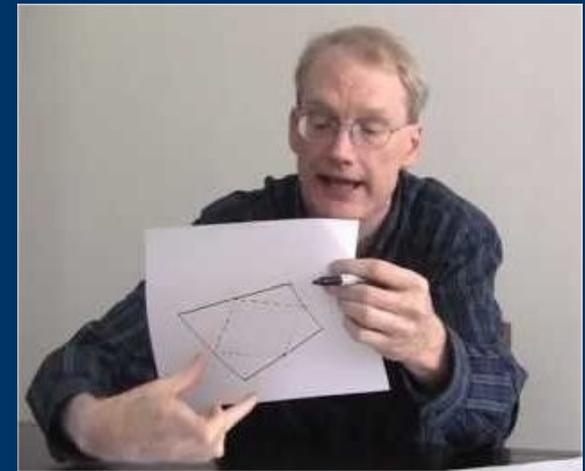
un acto de
inspiración; estar
sea revolucionaria;
abrumado y abrumado
no, maldita sea.

ya puedes tener
nuevas; no

nuestro paciente

de un matemático

Lamento de un matemático



«Si privas a los alumnos de tener la oportunidad de participar en esta actividad —de proponer problemas, hacer sus propias conjeturas y descubrimientos, de estar equivocados, de estar creativamente frustrados, de tener una inspiración, y de improvisar sus propias explicaciones y demostraciones — les estás privando de las matemáticas en sí mismas.

Así que no, no estoy protestando por la presencia de hechos y fórmulas en las clases de matemáticas, estoy protestando por la falta de matemáticas en las clases de matemáticas.»

Paul Lockhart

La Gaceta de la RSME. Vol 11. Núm. 4. 2008

No se trata solo de cambiar los artefactos que utilizamos...

- ◆ Si cambiamos las herramientas, ¿por qué no aprovechemos la oportunidad para cambiar también los verbos del aprendizaje?
- ◆ **Menos**: halla, efectúa, calcula, ejecuta, resuelve....
- ◆ **Más**: construye, investiga, analiza, elabora una conjetura, justifica, expón tus resultados...

¿De qué hablamos?

- ◆ Investigar en clase,
- ◆ Generar curiosidad,
- ◆ Provocar sorpresas,
- ◆ Reflexionar,
- ◆ Visualizar
- ◆ Manipular, tocar,
- ◆ De... ¡ **ilusionar** !



Educación matemática ¿Cómo enseñar?

Cinco pilares ineludibles de **Miguel de Guzmán**:

1. Visualizar las Matemáticas

El rincón de la pizarra

2. Las TIC

La experiencia de descubrir en Geometría

3. Aprender de, aprender con la historia de las Matemáticas

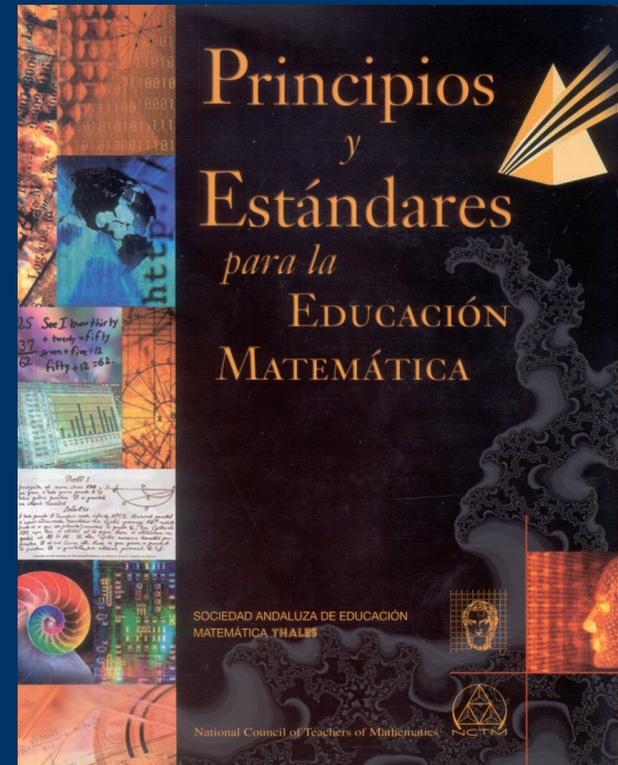
4. A través del juego y la belleza

5. Aventuras matemáticas para pensar mejor

El papel de las TIC

- ◆ Enriquecer el aprendizaje de las matemáticas.
- ◆ Apoyar la enseñanza.
- ◆ Influir en qué matemáticas se enseñan

Principios y estándares para la Educación Matemática.
NCTM, 2000



Aventuras matemáticas

Investigar regularidades

¿Teoría del Caos?

- ii Sorpresa. Kaprekar!!
- Un maestro de escuela de Devlali, India

***iiii Lo importante son las preguntas ...no
las respuestas!!!!***

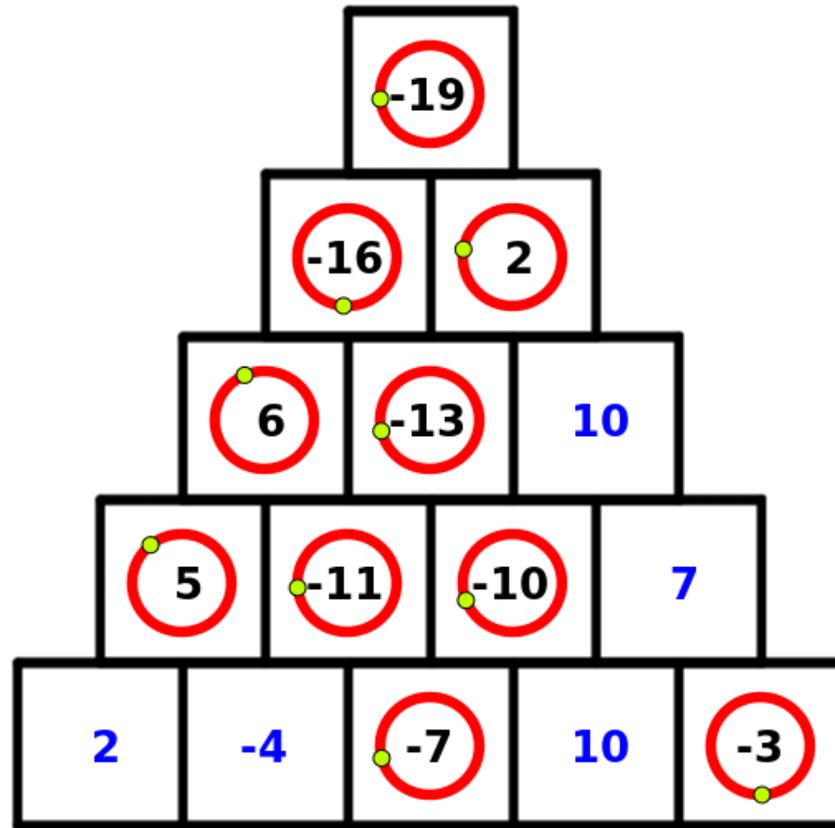
Pirámide numérica con enteros

Selecciona
el nivel

1 2 3 4

Nivel: 3

Otro ejercicio



¿Una carrera justa?

Lanza



Cambiar las reglas



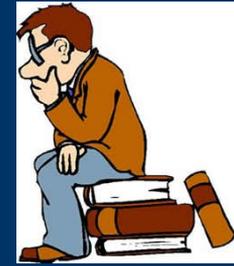
Caras

Cara-Cruz

Cruces

L,TRTNPEHVZ,.ZN

Matrices y criptografía



- Vamos a ver un sistema de cifrado en dos pasos, utilizando matrices y sus operaciones: asignación numérica de caracteres y tratamiento matricial del mensaje obtenido, empleando como clave una matriz de codificación.
- Para la asignación numérica utilizamos la siguiente tabla:

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
K	L	M	N	Ñ	O	P	Q	R	S
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
T	U	V	W	X	Y	Z	esp	.	,

La clave para la codificación será la matriz C:

$$C = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 3 & 7 & 8 \\ 4 & 2 & 3 \end{bmatrix}$$

Vamos a codificar la palabra MATEMÁTICAS:

- Asignamos a cada letra el valor numérico que le corresponde: 13 1 21 5 13 1 21 9 3 1 20
- Organizamos matricialmente estos números: formamos una matriz de 3 filas escribiendo ordenadamente los

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
K	L	M	N	Ñ	O	P	Q	R	S
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
T	U	V	W	X	Y	Z	esp	.	,

Hacemos ahora el producto de C por M:

$$C \cdot M = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 3 & 7 & 8 \\ 4 & 2 & 3 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 13 & 5 & 21 \\ 1 & 13 & 9 \\ 21 & 1 & 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 22 & 14 & 12 \\ 214 & 114 & 150 \\ 117 & 49 & 111 \end{bmatrix} \begin{matrix} 48 \\ 367 \\ 128 \end{matrix}$$

Si alguno de los elementos de la matriz resultante es mayor de 30, como ocurre en este caso, lo sustituimos por el resto de su división entre 30 (trabajaremos con restos módulo 30):

$$\text{mod} \left(\begin{bmatrix} 22 & 14 & 12 & 48 \\ 214 & 114 & 150 & 367 \\ 117 & 49 & 111 & 128 \end{bmatrix}, 30 \right) = \begin{bmatrix} 22 & 14 & 12 \\ 4 & 24 & 0 \\ 27 & 19 & 21 \end{bmatrix} \begin{matrix} 18 \\ 7 \\ 8 \end{matrix}$$

Ahora nos queda el proceso inverso: los elementos de esta matriz, por columnas, los escribimos en una sola línea, sustituyéndolos por los caracteres correspondientes: UDZNRWL,TQGH

¿Qué hacer para descifrar el mensaje?

- El receptor del mensaje necesita conocer la clave asignada a cada letra (equivalencias de la tabla) y la matriz de codificación.
- Lo primero que debe hacer es escribir matricialmente el mensaje recibido, siguiendo las mismas pautas que quien lo escribió:

$$M' = \begin{bmatrix} 22 & 14 & 12 & 18 \\ 4 & 24 & 0 & 7 \\ 27 & 19 & 21 & 8 \end{bmatrix}$$

- Ahora tendrá que multiplicar la inversa de la matriz de codificación por la matriz M' :

$$C \cdot M = M' \Rightarrow M = C^{-1} \cdot M' = \begin{bmatrix} 133 & 65 & 81 & 91 \\ 571 & 283 & 339 & 410 \\ -549 & -269 & -327 & -392 \end{bmatrix}$$

- Algunos elementos de la matriz obtenida son mayores que 30, por lo que habrá que buscar la matriz $\text{mod}(M,30)$:

$$\text{mod}\left(\begin{bmatrix} 133 & 65 & 81 & 91 \\ 571 & 283 & 339 & 410 \\ -549 & -269 & -327 & -392 \end{bmatrix}, 30\right) = \begin{bmatrix} 13 & 5 & 21 & 1 \\ 1 & 13 & 9 & 20 \\ 21 & 1 & 3 & 28 \end{bmatrix}$$

- Solamente queda escribir nuevamente en una sola línea los elementos de la matriz, por columnas, y buscar en la tabla el significado de cada uno de los números.
- ¿Qué significa el mensaje siguiente?

L,TRTNPEHVZ,.ZN

Matrices para encriptar mensajes - GeoGebra

Emisor

Receptor

Clave

Codificar

Encriptar

Descodificar

Comprobar

Texto--> HOLA, SEAN BIENVENIDOS

$$C = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 3 & 7 & 8 \\ 4 & 2 & 3 \end{pmatrix} \quad M = \begin{pmatrix} 8 & 1 & 20 & 14 & 9 & 23 & 9 & 20 \\ 16 & 30 & 5 & 28 & 5 & 5 & 4 & 28 \\ 12 & 28 & 1 & 2 & 14 & 14 & 16 & 28 \end{pmatrix}$$

$$M' = C \cdot M = \begin{pmatrix} 28 & 58 & 6 & 30 & 19 & 19 & 20 & 56 \\ 232 & 437 & 103 & 254 & 174 & 216 & 183 & 480 \\ 100 & 148 & 93 & 118 & 88 & 144 & 92 & 220 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{pmatrix} 28 & 28 & 6 & 0 & 19 & 19 & 20 & 26 \\ 22 & 17 & 13 & 14 & 24 & 6 & 3 & 0 \\ 10 & 28 & 3 & 28 & 28 & 24 & 2 & 10 \end{pmatrix}$$

+UJ+P+FMC,N+RW+RFWSCBY,J

A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
K	L	M	N	Ñ	O	P	Q	R	S
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
T	U	V	W	X	Y	Z		.	,
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30

El tesoro del rombo-1

En un desierto, un legendario aventurero cansado y al borde de la muerte ha enterrado un tesoro. En el plano que ha dejado, solamente está señalada una roca y un gran árbol. También ha anotado que la roca, el árbol y el punto donde está enterrado el tesoro son 3 vértices de un rombo. Del cuarto vértice solamente sabemos que está sobre la pista rectilínea cercana.

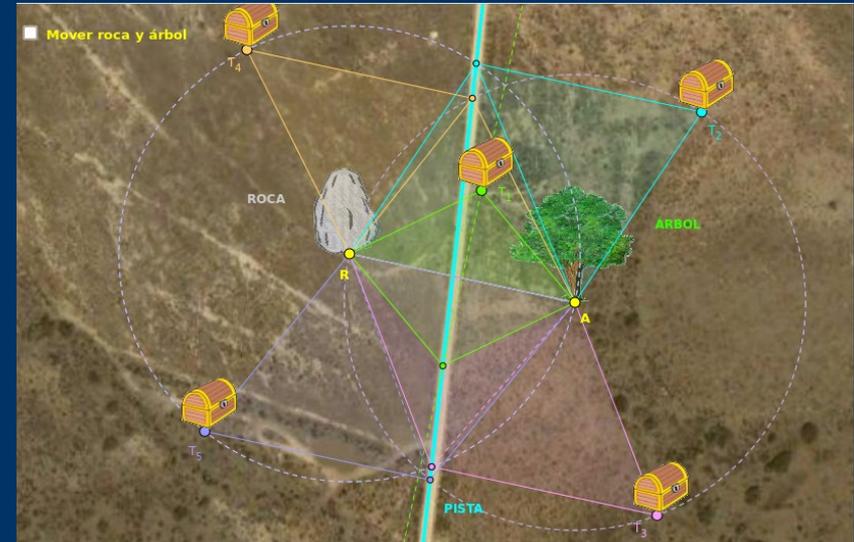


¿Dónde habría que cavar para encontrar el tesoro?

El tesoro del rombo-2

¿Siempre 5 soluciones?

¿Qué pasa si cambiamos la posición relativa de la roca, el árbol y la pista?



¿Habrá alguna posición para la que no haya ninguna solución? ¿Y para que haya una? ¿Y dos? ¿Puede haber tres soluciones? ¿Y cuatro?

Generalización de un problema

Construimos un cuadrilátero

Dividimos cada lado en n partes

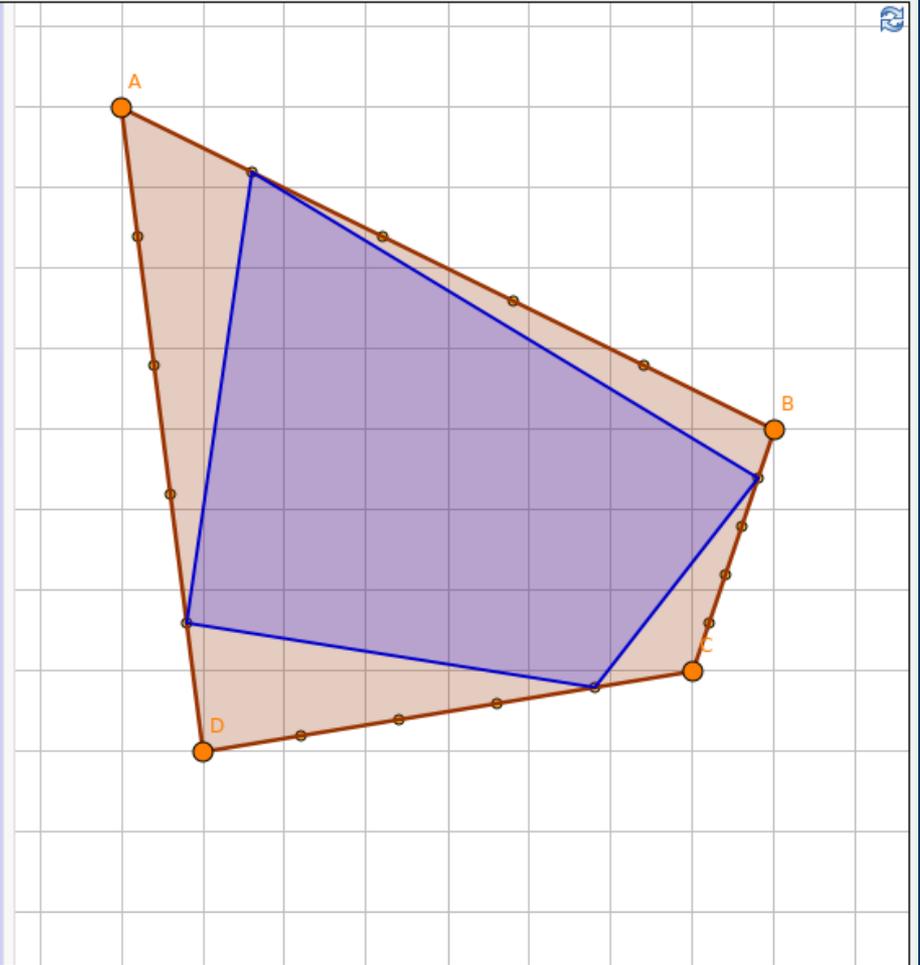
$$n = 5$$



Construimos el cuadrilátero formado por los puntos situados a $1/n$ de cada vértice

¿Es un paralelogramo?

¿Cuál es la razón entre las áreas de los dos cuadriláteros?



Moneda de Buffon

Exploración

Simulación

Solucion



Diámetro: 0.5

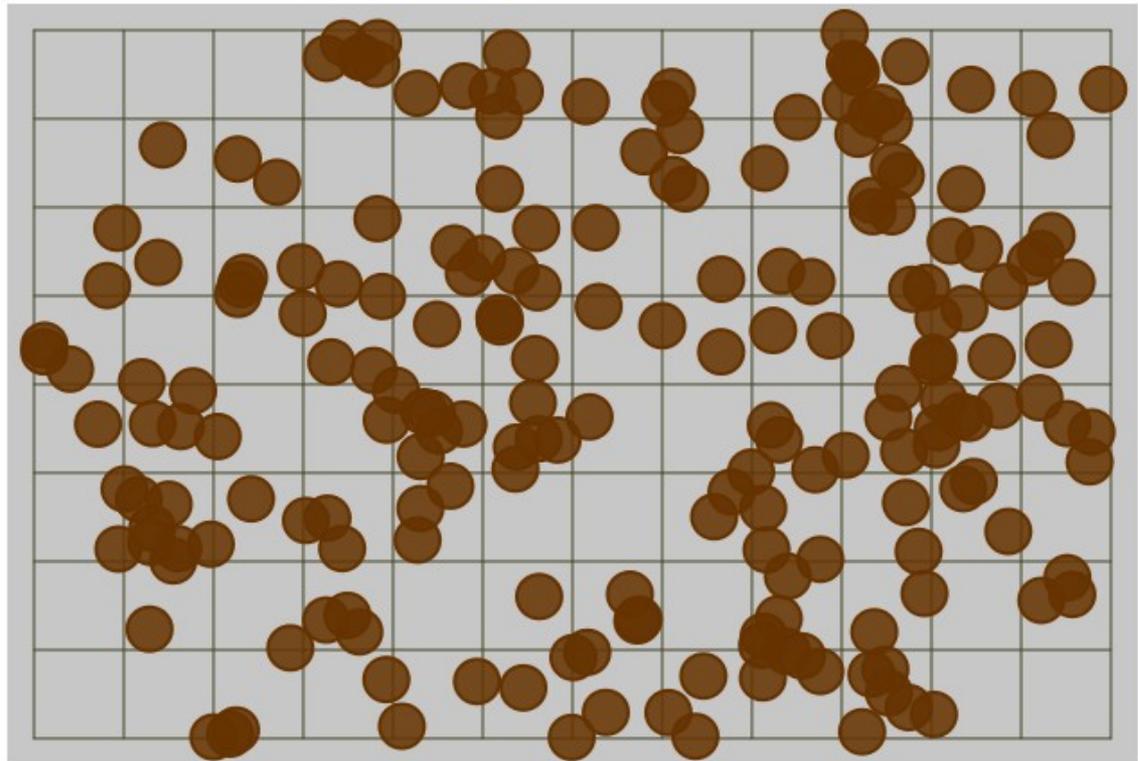


Nº de monedas: 200

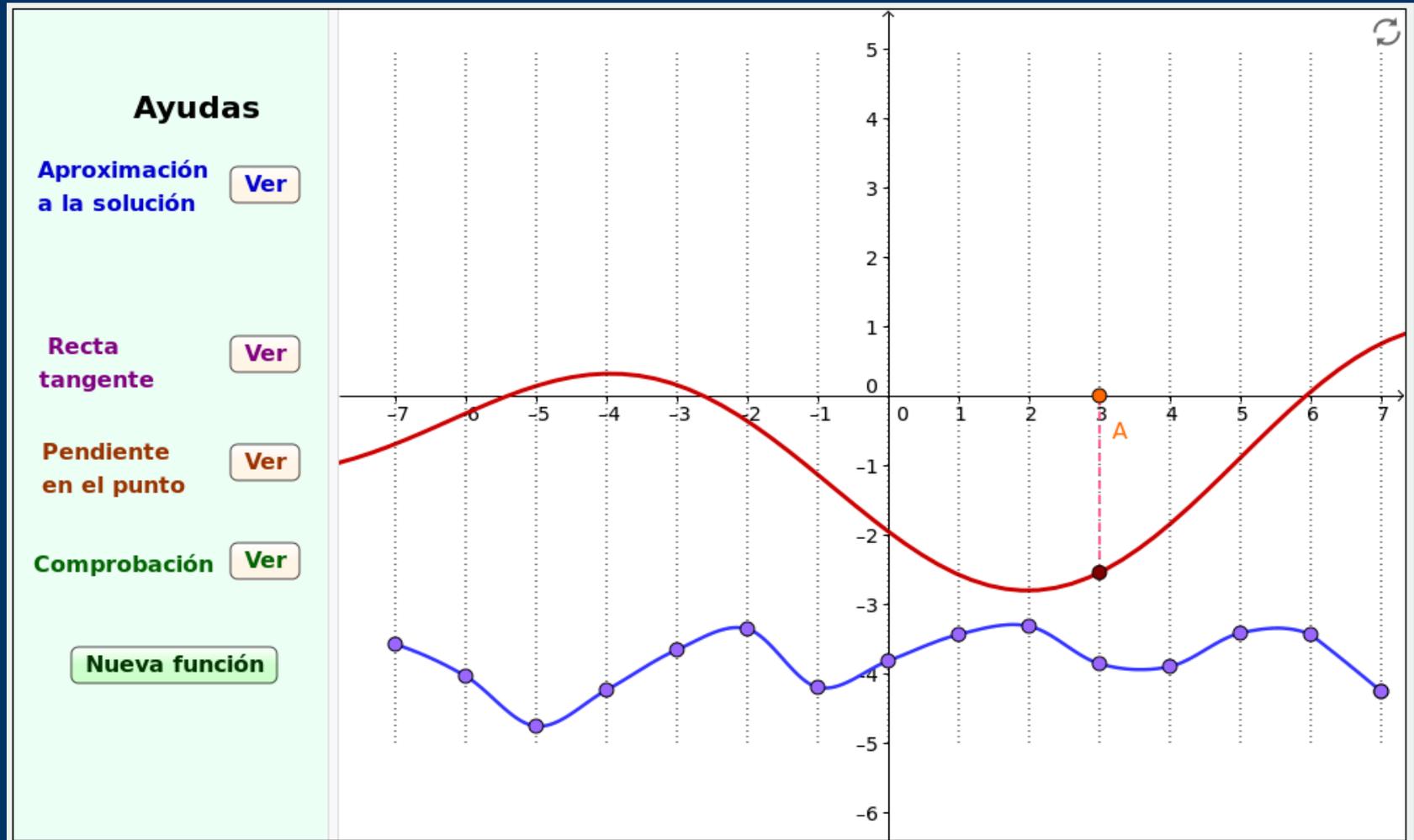
Lanza

Nº de monedas que tocan: 141

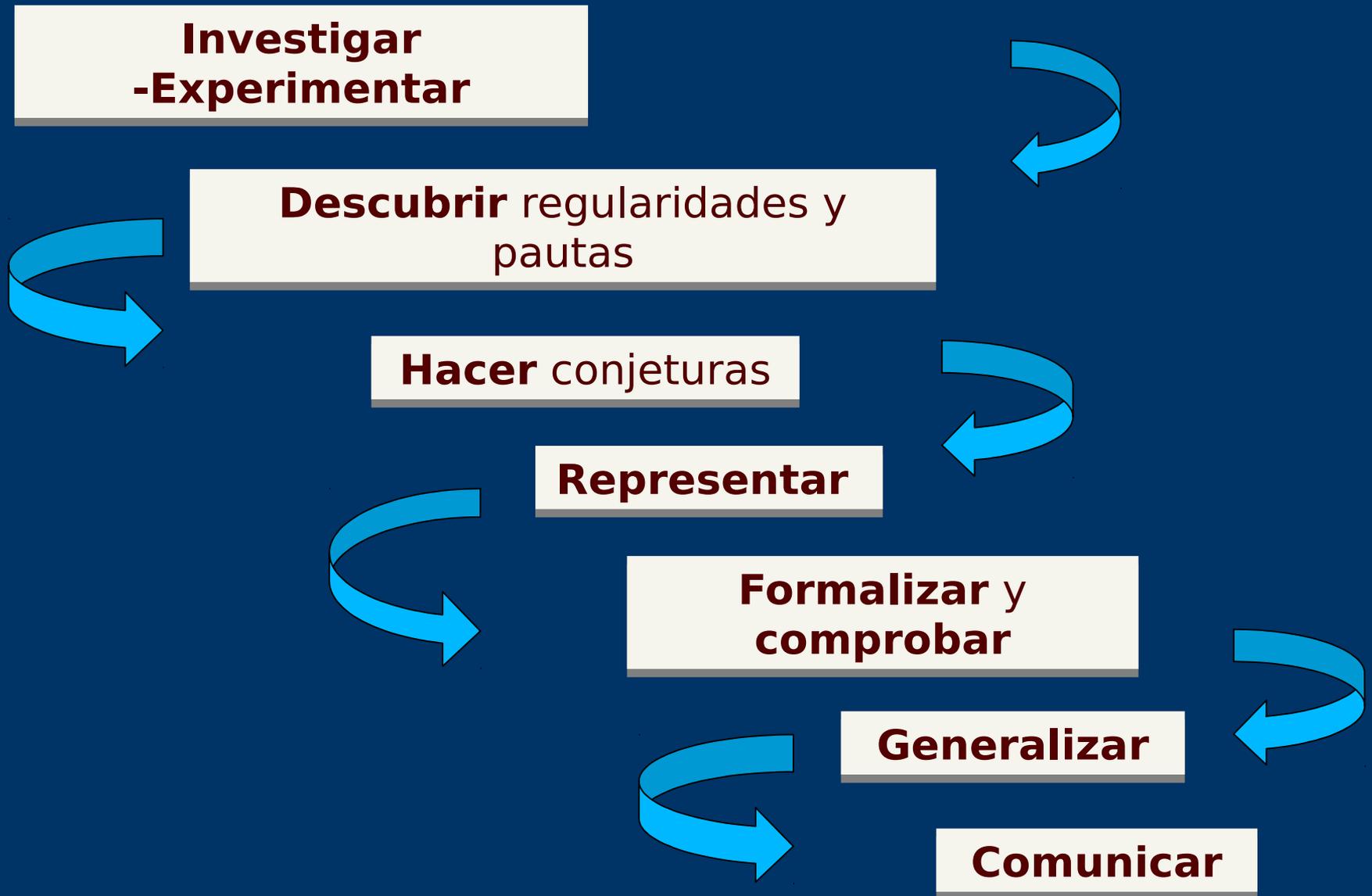
$$\text{Proporción : } p = \frac{t}{n} = \frac{141}{200} = 0.705$$



Interpretación geométrica de la derivada



Esquema didáctico



MI TEORÍA ES QUE NOS ENSEÑAN
TAN MAL LAS MATEMÁTICAS
PARA QUE CUANDO SEAMOS MAYORES
NO NOS ENTEREMOS DE LO QUE NOS "ROBAN"
EN LAS HIPOTECAS

PUES AHORA QUE LO DICES,
VA A SER ESO



**Las matemáticas no son un lenguaje,
son una aventura.**





... pues eso, que llegó la hora del café!!