

Primeros pasos con GeoGebra-CAS: CÁLCULOS DIRECTOS

- a) Calcula 20!
- b) Factoriza el resultado anterior.
- c) Factoriza $x^2 + 2x + 1$
- d) Factoriza $a^{8/3} - b^{4/5}$
- e) Halla el MCD y el MCM de 24 y 40.
- f) Halla el MCD y el MCM de $x^2 - 7x + 10$ y $x^2 - 3x - 10$
- g) Divide $x^4 + x^3 + 4x^2 + 6x + 2$ entre $x^2 + 3$ (utiliza el comando División[]).
- h) Divide 30 entre 4.
- i) Calcula el número de divisores y la lista de divisores de 36.
- j) Desarrolla: $3(x^2 - 4x + 2) - 4(x^2 - x - 2)$
- k) Halla el valor numérico de la expresión anterior si $x=2$.
- l) Resuelve: $x^3 + 2x^2 - x - 2 = 0$ (en este caso y en los que siguen, utiliza diferentes formas para obtener las soluciones)
- m) Resuelve: $x^4 - 1 = 0$
- n) Resuelve: $x \cdot \text{sen } x = 0$
- o) Factoriza: $P(x) = x^4 + 3x^2 - 4$
- p) Resuelve: $x^6 + x - 2 = 0$.
- q) Resuelve: $e^{2x-1} - 5x - 2 = 0$.
- r) Resuelve los sistemas:
$$\begin{cases} 3x + 2y - 3z = 1 \\ x + 3y - 2z = -3 \\ 4x - y - 5z = 4 \end{cases} \quad \begin{cases} x - 2y + 3z = 1 \\ y + 2z = -3 \\ x - 3y + z = 4 \end{cases} \quad \begin{cases} x - 2y + 3z = 1 \\ y + 2z = -3 \\ x - 3y + z = 5 \end{cases}$$
- s) Dados los vectores $a=(1,3,2)$ y $b=(0,-2,5)$, halla $a+b$, $3a+2b$ y sus productos escalar y vectorial.
- t) Dadas las matrices: $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -2 & 1 \end{bmatrix}$ y $B = \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$, calcula $A+B$; $2A$; AB ; A' ; $|A+B^{-1}|$
- u) Halla la primera y segunda derivadas de la función $f(x) = x \cos \frac{x}{5}$.
- v) Calcula: $\int (x^3 - 2x) dx$ y $\int_1^5 x^3 \ln x dx$
- w) Calcula: $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 2x + 1}{x^3 - x}$ $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 2x}{x^2}$ $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x}{2+x} \right)^{3x}$
- x) Halla los límites laterales de la función $f(x) = (2+x)^{1/x}$ en $x=0$.

Actividad 1: LISTA DE NÚMEROS PRIMOS

Halla el número de divisores y crea la lista de los divisores de un cierto número natural n , comprueba si es primo y halla también los primos previo y siguiente a n . Comprueba asimismo si el número n es perfecto, escaso o abundante. Crea también la lista de los números primos menores o iguales que n y represéntalos gráficamente sobre la recta real.

Algunas pistas:

- Crea un deslizador n que tome valores enteros entre 1 y 100.
- Utiliza los comandos `Divisores[n]`, `ListaDivisores[n]`, `EsPrimo[n]`, `PrimoPrevio[n]`, `PrimoSiguiente[n]`.
- Si `Suma[ListaDivisores[n]]-n=n` el número será perfecto, si es mayor será abundante y si es menor será escaso, que se indicará con un texto en la vista gráfica.
- Para crear la lista de los números primos menores o iguales que n puedes utilizar la siguiente secuencia (que debes introducir a través de la barra de entrada):

Secuencia[Si[EsPrimo[k]==true, k], k, 1, n]

- Puedes depurar la lista anterior eliminando indefinidos utilizando el comando **EliminaIndefinidos:**
EliminaIndefinidos[Secuencia[Si[EsPrimo[k]==true, k], k, 1, n]]
- Para la representación de los puntos sobre la recta, crea la lista de puntos: la abscisa será un elemento de la lista de primos creada antes y la ordenada 0. Para crear esta lista te ayudará el comando **Longitud[lista]** que te proporciona el número de elementos de una lista.
- Prepara la vista gráfica para la representación: oculta el eje OY, muestra solamente la parte positiva de OX y pon valores mínimo y máximo del eje OX que dependan de n . Por ejemplo, los valores $-n/20$ y $n+n/20$, como valores mínimo y máximo respectivamente, te garantizarán que se muestran todos los elementos de la lista.

Actividad 2: ESTUDIO DE UNA FUNCIÓN A TROZOS (2)

Considera la función $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, definida por:

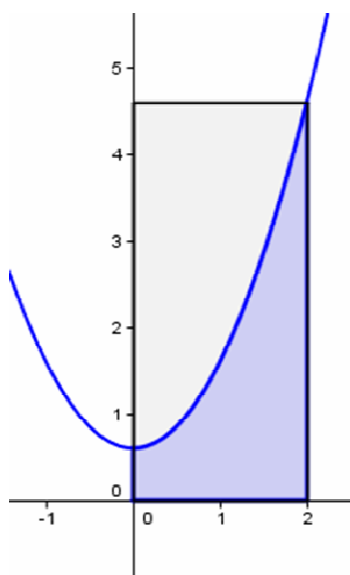
$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x^2+1} & \text{si } x < 0 \\ ax+b & \text{si } 0 \leq x \leq 3 \\ x-5 & \text{si } x > 3 \end{cases} \quad \text{con } a, b \in \mathbb{R}$$

- Calcula los valores de a y b para que $f(x)$ sea continua.
- Para esos valores de a y b , calcula la derivada de $f(x)$ donde exista. Justifica los casos en que $f(x)$ no sea derivable.
- En el intervalo $(-\infty, 0)$ estudia si la función crece o decrece y determina sus puntos de inflexión y sus asíntotas.

Una pista: Utiliza deslizadores para los parámetros y representa la función en la vista gráfica: obtén los valores aproximados que verifican las condiciones manipulando los deslizadores (las tangentes en dos puntos que podemos colocar sobre la gráfica nos permitirán comprobar la derivabilidad). Luego haz los cálculos exactos en la vista CAS.

Actividad 3: ÁREA DE UN RECINTO

Dada la parábola $y=x^2+a$, donde a es un número real positivo, halla el valor de a de modo que la parábola divida al rectángulo de vértices $(0,0)$, $(2,0)$, $(2,4+a)$ y $(0,4+a)$ en dos regiones de igual área.



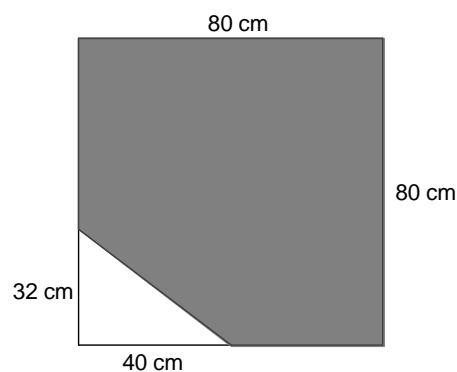
Una pista: Utiliza un deslizador para el control de a y halla el valor que verifica las condiciones impuestas de manera aproximada en la vista gráfica. A su vez, calcula el valor exacto utilizando la vista CAS.

Actividad 4: EL ESPEJO ROTO

Un espejo plano, cuadrado, de 80 cm de lado, se ha roto por una esquina siguiendo una recta. El trozo que se ha desprendido tiene forma de triángulo rectángulo de catetos 32 y 40 cm, respectivamente.

Halla las dimensiones del espejo rectangular de área máxima que se puede obtener recortando el espejo roto.

Una pista: Utiliza la vista gráfica para representar la función y para hallar el valor aproximado. Haz los cálculos exactos utilizando la vista CAS.



Actividad 5: RANGO DE UNA MATRIZ EN FUNCIÓN DE UN PARÁMETRO

Dado el número real a se considera la matriz $A = \begin{pmatrix} 1 & a & 1 \\ 1-a & 1 & 2 \\ a & a^2 & -1 \end{pmatrix}$.

- Obtén los valores del número real a para los que la matriz A tiene inversa.
- Busca, si es posible, la matriz inversa de A cuando $a=0$.

Una pista: Puedes hacer algo similar a lo realizado para la discusión de un sistema.